

Τα Κριτήρια Αστοχίας των Υλικών -Μια Περιήγηση στην Ιστορία

Ν. Π. ΑΝΔΡΙΑΝΟΠΟΥΛΟΣ

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε. Μ. Π.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στόχος της Αντοχής των Υλικών είναι η δικαίωση του τίτλου της. Δηλαδή, η πρόβλεψη των ορίων ασφαλούς επιβολής φορτίων στις κατασκευές. Ο σκοπός αυτός είναι καταγεγραμμένος στη συλλογική μνήμη όλων των ανθρώπων που ενστικτωδώς ανησυχούσαν εάν «αντέξει» το σανίδι που γεφύρωνε τις όχθες του χειμάρρου που έπρεπε να διασχίσουν ή η σκεπή της καλύβας που τους προστάτευε. Και τώρα ανησυχούν για την αντοχή του διαμερίσματός τους στα επόμενα Richter. Αυτή η σχεδόν μεταφυσική ανησυχία παραλληλίζεται μόνον με την αγωνία μας να μακροημερεύσουμε υγιείς. Επιθυμούμε, επίσης, οι κατασκευές μας να μακροημερεύσουν ασφαλείς.

Το κείμενο, που ακολουθεί, δεν διεκδικεί δάφνες επιστημονικής ακρίβειας ή τεχνικής πληρότητας, αλλά διεκδικεί την ελπίδα αναγνώρισης της ζεστασιάς, που ο συγγραφέας του αισθάνεται, και της νοσταλγίας για εποχές που ασχολούμενος με τα κριτήρια αστοχίας, στην πραγματικότητα πολεμούσε αυτήν την προαιώνια «ανησυχία».

2. Η ΕΠΟΧΗ ΤΟΥ ΛΙΘΟΥ

Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι το πρώτο κριτήριο αστοχίας των υλικών (δηλαδή νόμος που προβλέπει τις συνθήκες αστοχίας τους) διατυπώθηκε περίπου μισόν αιώνα πριν η Επιστήμη της Μηχανικής θεμελιωθεί και αποκτήσει τη σημερινή μορφή της. Είναι ο Coulomb (ο ίδιος που έδωσε το όνομά του στη μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου), ο οποίος, λίγο πριν από τη γαλλική επανάσταση, διέτύπωσε ένα κριτήριο αστοχίας κατάλληλο για τα οικοδομικά υλικά (λίθους και πλίνθους) της εποχής του. Και αυτό όταν

ακόμη δεν είχαν ορισθεί τα θεμελιώδη μεγέθη (τάσεις, παραμορφώσεις, μηχανικές ιδιότητες) της Μηχανικής του Παραμορφωσίμου Σώματος. Το διετύπωσε με ένα μεγαλοφυή στην απλότητά του τρόπο, ο οποίος με όρους της εποχής μας (δηλαδή μετά το Mohr) είναι:

***Ένα υλικό αστοχεί, όταν σε μια τομή του δημιουργηθεί κατάλληλος
συνδυασμός ορθής (σ) και διατμητικής (τ) τάσης.***

Μια διατύπωση που μοιάζει να περιγράφει το προφανές. Αφού σε κάθε τομή ποιο άλλο «σημάδι» υπάρχει εκτός από τις τάσεις ότι το υλικό καταπονείται; Ποιος άλλος θα μπορούσε να «φταίει»; Και όμως!

Ήξερε ότι τα υλικά, που τον ενδιέφεραν (τα λεγόμενα σήμερα ψαθυρά), αστοχούν, όταν υπάρξει λύση της συνέχειάς τους, δηλαδή εξουδετέρωση των δυνάμεων συνοχής μεταξύ των δομικών τους λίθων. Ήξερε ότι αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο μόνον γεωμετρικά επιτρεπτούς τρόπους. Είτε με σχετική απομάκρυνση των δύο «παρειών» ενός επιπέδου (μιας τομής) κατά τη διεύθυνση του επιπέδου αυτού υπό την επίδραση ορθών τάσεων, είτε με σχετική ολίσθηση των παρειών υπό την επίδραση διατμητικών τάσεων, έτσι ώστε να καταργηθούν οι δυνάμεις συνοχής μεταξύ των δύο παρειών. Εφελκυστική ορθή τάση, που προκαλεί σχετική απομάκρυνση των δύο παρειών κατά τη διεύθυνσή τους, διευκολύνει τη σχετική ολίσθησή τους υπό την επίδραση της διατμητικής τάσης, ενώ θλιπτική τάση την παρεμποδίζει. Η ορθή τάση, λοιπόν, δρα στο υλικό ως δημιουργός μιας οιονεί τάσης τριβής που προστίθεται στην ή αφαιρείται από τη διατμητική τάση. Το μέγεθος της τάσης τριβής καθορίζεται από το λεγόμενο συντελεστή εσωτερικής τριβής του υλικού. Έτσι, προκύπτει ο «κατάλληλος συνδυασμός» που θέτει ο Coulomb. Εάν ο συντελεστής εσωτερικής τριβής είναι σταθερός, τότε ο κατάλληλος συνδυασμός ορθής και διατμητικής τάσης είναι μία γραμμική σχέση. Εάν εξαρτάται από το μέγεθος της ορθής τάσης, τότε η αλγεβρική διατύπωση του κατάλληλου συνδυασμού είναι μια συνάρτηση ανώτερου βαθμού. Όποια και αν είναι, πάντως, αυτή η συνάρτηση, περιγράφει την «περιβάλλουσα αστοχία» του ψαθυρού υλικού, δηλαδή τη γραμμή στο επίπεδο (σ , τ) που ξεχωρίζει επιτρεπτές από μη επιτρεπτές καταπονήσεις. Δεν υπάρχει άλλος, παρά μόνον πειραματικός, τρόπος για τον προσδιορισμό της περιβάλλουσας αστοχίας, μέσω εντοπισμού «αρκετών» σημείων αστοχίας και σύνδεσής τους με τεχνικές παρεμβολής.

Το κριτήριο του Coulomb με τις παραλλαγές του είναι αναντικατάστατο για τα ψαθυρά υλικά. Όσα άλλα υπάρχουν τελικώς καταλήγουν σε αυτό. Βέβαια, δεν είναι το καλύτερο για εφελκυστικές φορτίσεις, αλλά δεν απευθύνεται σ' αυτές, αφού τα υλικά στα οποία απευθύνεται συνήθως καταπονούνται σε θλιπτικές φορτίσεις.

3. Η ΕΠΟΧΗ ΤΟΥ ΣΙΔΗΡΟΥ

Η βιομηχανική επανάσταση στις αρχές του 19ου αιώνα οδήγησε στη γενίκευση της χρήσης των μετάλλων στις κατασκευές. Η αστοχία τέτοιων κατασκευών δεν θύμιζε την αστοχία των λίθων. Ούτε, όμως, και το είδος των καταπονήσεων. Στην περίπτωση αυτή, εφελκυστικές, στρεπτικές ή καμπτικές καταπονήσεις ήταν πολύ πιο συχνές από τις σχεδόν αποκλειστικά θλιπτικές των λίθων. Η χρήση του ατμού ως κινητήριας δύναμης εισήγαγε τη θερμοκρασία ως έναν από τους παράγοντες που επιδρούν στον τρόπο αστοχίας των υλικών. Τα μέταλλα, από τη φύση τους όλκιμα, γίνονται με αυτήν περισσότερο όλκιμα.

Οι λίθοι αστοχούν χωρίς αισθητή αλλαγή της εξωτερικής τους γεωμετρίας, του σχήματός τους. Αντιθέτως, τα μέταλλα πριν διαχωρισθούν αλλάζουν σημαντικά και μόνιμα την εξωτερική μορφή τους. Κάνουν «λαιμούς» σε εφελκυσόμενες διατομές. Φαινόταν, λοιπόν τότε, ότι το κύριο αίτιο της αστοχίας των μετάλλων ήταν κάποια εφελκυστική τάση, αφού και στη στρέψη υπάρχει μια λοξή τομή που μόνον εφελκύεται ή στην κάμψη υπάρχουν εφελκυσόμενες «ίνες» που αστοχούν πρώτες. Το νέο κριτήριο έμοιαζε να είναι εκείνο της «*μέγιστης εφελκυστικής τάσης*». Το υποστήριξε ο Lamè, και άλλοι, ήδη από το 1832. Δεν απέδωσε. Γιατί να αποδώσει μια σχεδόν εξοντωτική απλοποίηση του κριτηρίου του Coulomb (παραμέληση της διατμητικής τάσης στην κρίσιμη τομή) όταν το ίδιο το κριτήριο του Coulomb αντιμετώπιζε μεγάλο πρόβλημα στην πρόβλεψη της αντοχής των υλικών αυτών; Η κατάσταση παρέμενε σκοτεινή.

Το φως ήλθε ακριβώς τριάντα χρόνια αργότερα από μια απροσδόκητη πηγή, αλλά δεν έγινε ορατό! Ο J. C. Maxwell, ο πατέρας της Ηλεκτρομαγνητικής Θεωρίας, ισχυρίζεται σε επιστολή προς ένα φίλο του ότι τα υλικά αστοχούν, επειδή στρεβλώνονται, δηλαδή επειδή αλλάζουν οι γωνίες του στοιχειώδους κύβου. Ήταν, υποστήριζε, υπόθεση μόνον διατμητικών τάσεων και καθόλου ορθών, όπως υποστήριζε ο Lamè! Βεβαίως, υπήρχε και ένα πρόβλημα ορισμών, που οφειλόταν στη διαφορετική εικόνα αστοχίας και, ίσως, οδη-

γούσε σε παρεξηγήσεις. Οι λίθοι (τα ψαθυρά υλικά) αστοχούν κατά «ψαθυρό» τρόπο, δηλαδή αποχωρίζονται σε τμήματα, ενώ τα μέταλλα (τα όλκιμα υλικά) αστοχούν κατά «όλκιμο» τρόπο, δηλαδή η παρουσία πλαστικών παραμορφώσεων απομειώνει την αντοχή περιοχών του μετάλλου τόσο ώστε να μην είναι πλέον λειτουργικά χρήσιμο, χωρίς αυτό να συνεπάγεται, υποχρεωτικά, το διαχωρισμό του σε διακριτά τμήματα.

Δεν έγινε ευρύτερα γνωστή η ιδέα του Maxwell. Αλλά, λίγο μετά, το 1864 ο μηχανικός του γαλλικού στρατού Tresca το επανέλαβε (ανεξάρτητα από τον Maxwell) ρητά και με απλούς όρους:

Η μέγιστη διατμητική τάση, όταν λάβει μια κρίσιμη τιμή σε κάποια τομή, οδηγεί σε αστοχία το όλκιμο υλικό.

Το κριτήριο του Tresca απέδωσε και εξακολουθεί να αποδίδει. Είναι δημοφιλές, επειδή είναι απλό και ενίοτε η εφαρμογή του δεν χρειάζεται ούτε καν χαρτί και μολύβι. Είναι, βέβαια, ειδική περίπτωση του κριτηρίου του Coulomb, όταν η αντοχή του υλικού σε εφελκυσμό και θλίψη είναι η ίδια.

Το δεύτερο μισό του 19ου αιώνα χαρακτηρίζεται, μεταξύ άλλων, και από συγκροτημένες προσπάθειες μαθηματοποίησης της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών. Μεγάλοι επιστήμονες της εποχής, όπως οι Maxwell, Kelvin, Boltzmann και πολλοί άλλοι, ασχολήθηκαν με τη ρεολογική συμπεριφορά των υλικών ή με τη θεωρία της Πλαστικότητας. Ήταν η εποχή, κατά την οποία η θετικιστική αυτοπεποίθηση των επιστημόνων, αλλά και των φιλοσόφων, οδηγούσε στη βεβαιότητα ότι τελικώς όλα τα φαινόμενα θα περιγραφούν και θα εξηγηθούν με αυστηρό μαθηματικό τρόπο. Και αυτό το «τελικώς» ήταν, ίσως, κοντά!

Μέσα στα πλαίσια αυτά ήταν αναπόφευκτη και η μαθηματοποίηση των κριτηρίων αστοχίας των υλικών. Ήταν, έτσι και αλλιώς, αναγκαία η αυστηρή μαθηματική διατύπωσή τους, διότι το απαιτούσε η θεωρία της Πλαστικότητας. Ο R. von Mises ήταν εκείνος, που το 1909 υποστήριξε ότι:

Ένα όλκιμο υλικό αστοχεί (διαρρέει), όταν η δεύτερη αναλλοίωτη του αποκλίνουντα τανυστή των τάσεων πάρει μια κρίσιμη τιμή.

Ήταν η ίδια η ιδέα του Maxwell εκπεφρασμένη μαθηματικά και το ίδιο το κριτήριο του Tresca διατυπωμένο πληρέστερα. Όμως, τώρα, δεν ήταν η μία διατμητική τάση, που μεγιστοποιείται σε κάποια τομή και προκαλεί αστοχία του υλικού μέσω ολίσθησης, όπως ισχυριζόταν ο Tresca, αλλά ο μέσος γεωμετρικός όρος των μέγιστων διατμητικών τάσεων, που ασκούνται στις έδρες του στοιχειώδους κύβου. Ή με άλλα λόγια, ο στοιχειώδης κύβος (μεταξύ δύο παρειών κατά Coulomb) διογκώνεται ή συρρικνώνεται υπό την επίδραση των ορθών τάσεων και γίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, ενώ συγχρόνως στρεβλώνεται υπό την επίδραση των διατμητικών τάσεων και γίνεται πλαγιογώνιο παραλληλεπίπεδο. Οι απέναντι έδρες ολισθαίνουν, λοιπόν, μέχρις ότου η μάζα του κύβου μετατραπεί, τελικώς, σε «υγρό» και ο κύβος διαρρεύσει μη απαιτώντας, πλέον, προσφορά εξωτερικής μηχανικής ενέργειας για να αλλάξει το σχήμα του. Δεν αντέχει περισσότερο. Παίρνει το σχήμα του ελαστικού «δοχείου», στο οποίο περιέχεται, και γι' αυτό φροντίζει, τελικώς, η Βαρύτητα.

Ο von Mises, από πρακτική πλευρά, δεν προσέφερε πολύ περισσότερα από τον Tresca. Εξάλλου, οι προβλέψεις των δύο κριτηρίων είναι παρόμοιες. Όμως, η προσφορά του στη Θεωρία είναι τεράστια. Εν τούτοις, μεγάλος αριθμός αστοχιών σε μεταλλικές κατασκευές δεν μπορούσε να ερμηνευθεί με το κριτήριο του von Mises. Οι μεταλλικές κατασκευές είχαν διαστασιολογηθεί σωστά, τα μέταλλα είχαν επαρκώς γνωστές μηχανικές ιδιότητες, αλλά η κατασκευή αστοχούσε! Ήδη, ήταν γνωστό ότι π.χ. μια κυκλική οπή σε μια ελαστική πλάκα προκαλεί συγκέντρωση τάσεων στην περιοχή της και ενώ αυτό λαμβανόταν υπόψη στη διαστασιολόγηση, δεν έλυne το πρόβλημα. Τι συνέβαινε;

4. Η ΕΠΟΧΗ ΤΟΥ ΑΤΟΜΟΥ

Στην πρώτη δεκαετία του 20ού αιώνα, ο Rutherford παρουσίασε το ατομικό μοντέλο δομής της ύλης: ο πυρήνας-Ήλιος και τα ηλεκτρόνια-πλανήτες. Η ύλη είχε δομή και δεν ήταν ένα συνεχές πεδίο ιδιοτήτων, μηχανικών και άλλων, χωρίς υφή. Στην απλούστερη περίπτωση ήταν ένα τρισδιάστατο δικτύωμα με άυλες ράβδους. Τι συμβαίνει, όμως, στο δίκτύωμα, εάν αφαιρεθεί ένας κόμβος; Ας το εξετάσουμε από τη σκοπιά της Αντοχής των Υλικών:

Οι παραδοσιακοί υπολογισμοί των μέγιστων επιτρεπόμενων τάσεων βασίζονται σε λείες (ομαλές) γεωμετρικές μορφές των κατασκευαστικών στελεχών. Η πρώτη παράγωγος των συναρτήσεων, που περιγράφουν τη μορφή των στελεχών, είναι συνεχής. Μερικές εξαιρέσεις (π.χ. εισέχουσες γωνίες) μπορούσαν να αντιμετωπισθούν. Η ίδια υπόθεση της ομαλότητας ίσχυε και για τις μηχανικές ιδιότητες των υλικών. Υπετίθετο ότι αυτές είναι χωρικά σταθερές (ισότροπα υλικά) ή μεταβάλλονταν κατά συνεχή τρόπο (ανισότροπα υλικά). Αυτή η, γενικώς ομαλή, συμπεριφορά των υλικών επέτρεπε την απρόσκοπτη εφαρμογή των νόμων της Μηχανικής, στους οποίους είχε βασισθεί η κλασσική Αντοχή των Υλικών.

Η πικρή εμπειρία από πολλές και ανεξήγητες κατασκευαστικές αστοχίες, ήδη από τα μέσα του 19ου αιώνα (ας θυμηθούμε πόσο συχνές ήταν οι εκτροχιάσεις τρενών ή οι καταρρεύσεις μεταλλικών γεφυρών στις ταινίες «western», χωρίς να φτάνει οι Ινδιάνοι γι' αυτές!) υπεδείκνυε ότι κάτι δεν ήταν σωστό στην κλασσική Αντοχή των Υλικών. Επειδή η αξιοπιστία των μαθηματικών υπολογισμών και η μακροσκοπική «ομαλότητα» των κατασκευαστικών στελεχών μπορούσαν εύκολα να ελεγχθούν, ο μόνος ύποπτος για τις αστοχίες αυτές ήταν πλέον, μετά το Rutherford, η μικροσκοπική «ομαλότητα» των υλικών. Μήπως οι αόρατες, μικροσκοπικές ανωμαλίες της δομής των υλικών έπρεπε να θεωρηθούν ως πρόξενοι εκείνων των αστοχιών; Οι πειραματικοί Φυσικοί της εποχής είχαν αρχίσει να ακτινοσκοπούν τα υλικά και έλεγαν ότι τέτοιες δομικές ανωμαλίες όντως υπάρχουν και, μάλιστα, πολλές και ποικίλες. Χρειαζόταν, λοιπόν, μια στατιστικού τύπου αντιμετώπιση της αντοχής των υλικών; Φαινόταν πολύ δύσκολο και οι Μηχανικοί δεν ήταν πεπεισμένοι ότι αξίζει τον κόπο. Μηχανικές ιδιότητες (π.χ. το όριο διαρροής) μετρούμενες πειραματικά σε πολλά δοκίμια από το ίδιο υλικό δεν απέκλιναν σημαντικά από μια μέση τιμή, παρά το αναμφισβήτητο γεγονός ότι οι πληθυσμοί των δομικών ανωμαλιών δεν μπορούσαν να θεωρηθούν ταυτόσημοι σε όλα τα δοκίμια.

Την ίδια εποχή, λίγο πριν από τον πρώτο παγκόσμιο πόλεμο, οι Άγγλοι ενδιαφέρονταν να βελτιώσουν τη θωράκιση των πολεμικών τους πλοίων. Η προφανής λύση της αύξησης του πάχους των θωράκων οδηγούσε σε πλοία που κινδύνευαν να βυθισθούν υπό το ίδιο βάρος! Το αγγλικό Ναυαρχείο πίεζε να μελετηθεί επείγοντως η συμπεριφορά των

πραγματικών υλικών με την ελπίδα ότι θα βρισκόταν τρόπος να βελτιωθεί η συμπεριφορά τους. Παρεμπιπτόντως, ο στόχος αυτός του Ναυαρχείου για την παραγωγή άψογων υλικών, δεν έχει ακόμη επιτευχθεί παρά μόνον στο εργαστήριο και για μικρές ποσότητες υλικού. Όμως, μάθαμε αρκετά για τη συμπεριφορά των πραγματικών υλικών. Το πρώτο βήμα έγινε αμέσως μετά τον πόλεμο.

Το 1919 ο Άγγλος Ναυπηγός A. A. Griffith παρουσίασε μια λαμπρή ιδέα, η οποία του δικαιολογεί τον τίτλο του Πατέρα ενός νέου κλάδου της Αντοχής των Υλικών της «*Μηχανικής των Θραύσεων*». Υπέθεσε ότι σε ένα πραγματικό υλικό με δομικές ανωμαλίες επιβάλλεται τεχνητά μια πολύ μεγαλύτερη (μακροσκοπική) γεωμετρική ανωμαλία, έτσι ώστε οι πραγματικές (μικροσκοπικές) ανωμαλίες να μην παίζουν κανένα ρόλο στη συμπεριφορά του υλικού. Με τον τρόπο αυτόν μπορούσε να θεωρήσει ότι το υλικό δεν είχε καμία ανωμαλία πλην της τεχνητής και, επομένως, ήταν ένα τέλειο, ομογενές, ισότροπο, ελαστικό υλικό με λιγάκι «περίεργη» μακροσκοπική γεωμετρία. Η γεωμετρική ανωμαλία, που επέβαλε ο Griffith, ήταν μια ελλειπτική οπή, της οποίας ο μικρός ημιάξονας έτεινε στο μηδέν. Ήταν μια ευθύγραμμη «ρωγμή». Το πρόβλημα, λοιπόν, μετέπιπτε στον προσδιορισμό των συνθηκών εκκίνησης της ρωγμής σε ένα τέλειο, συνεχές υλικό. Η προσέγγιση του Griffith ήταν ενεργειακή. Υπέθεσε ότι:

Η ρωγμή εκκινεί (οδηγώντας το υλικό σε αστοχία), όταν η ελαστική ενέργεια που προσφέρεται στο υλικό από τα εξωτερικά φορτία γίνει αρκετή για να καλύψει την ενεργειακή δαπάνη δημιουργίας νέων ελευθέρων επιφανειών κατά μήκος της επέκτασης της ρωγμής.

Ήξερε να υπολογίσει αυτό το ενεργειακό ισοζύγιο. Λίγο πριν, ο Inglis είχε υπολογίσει τη διαφορά της αποθηκευμένης ελαστικής ενέργειας σε μια ελαστική πλάκα που περιείχε ή δεν περιείχε μιά ευθύγραμμη ρωγμή μήκους $2a$.

Ο Griffith υπέθεσε ότι η ενεργειακή διαφορά οφείλεται στο γεγονός ότι η ρηγματωμένη πλάκα έχει περισσότερες ελεύθερες επιφάνειες από την αρρηγμάτωση. Εκείνες που αντιστοιχούν στην περίμετρο της ρωγμής. Επομένως, εάν η ελαστική ενέργεια της πλάκας αυξηθεί, ώστε να δικαιολογήσει τη δημιουργία νέων επιφανειών μέσω αύξησης του μήκους της ρωγμής, τότε η ρωγμή θα εκκινήσει. Αυτή η ενεργειακή προσέγγιση του

Griffith απέτελεσε την αφετηρία του πρώτου κλάδου της Μηχανικής των Θραύσεων που καλείται «Γραμμική Ελαστική Μηχανική των Θραύσεων».

Το κύριο πρόβλημα στη Γραμμική Ελαστική Μηχανική των Θραύσεων ήταν (και είναι) ο ακριβής προσδιορισμός του τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου κοντά στις αιχμές ρωγμών, οι οποίες δεν είναι υποχρεωτικά ευθύγραμμες ή μόνες. Μη ευθύγραμμες ρωγμές, ομάδες ρωγμών που αλληλεπιδρούν, ρωγμές σε μορφή κέρματος σε τριδιάστατα σώματα ή άλλες γεωμετρίες που παρουσιάζουν τεχνολογικό ενδιαφέρον, παρουσιάζουν επίσης μεγάλες μαθηματικές δυσκολίες στην επίλυσή τους, δηλαδή στον προσδιορισμό του τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου. Και το πρόβλημα γίνεται δυσκολότερο, όταν τα φορτία δεν είναι απλά στατικά αλλά δυναμικά (κρουστικά) ή επαναλαμβανόμενα (κοπωτικά).

Στην αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών μεγάλη ώθηση έδωσε η ανάπτυξη νέων αριθμητικών μεθόδων, όπως τα Πεπεραμένα Στοιχεία, αλλά και ισχυρών, χαμηλού κόστους ηλεκτρονικών υπολογιστών. Σε όλες τις λύσεις κλειστής μορφής υπάρχει ένα κοινό χαρακτηριστικό: Οι τάσεις μεταβάλλονται συναρτήσει της ανηγμένης απόστασης από την αιχμή της ρωγμής κατά το νόμο $(r/a)^{-1/2}$, δηλαδή απειρίζονται στην αιχμή της ρωγμής ($r=0$) και, εν πάση περιπτώσει, παίρνουν πολύ μεγάλες τιμές κοντά της. Το τασικό πεδίο είναι «ιδιόμορφο», όπως λέγεται.

Οι δυσκολίες στον υπολογισμό των τασικών πεδίων έθεσαν σε κάπως δεύτερη μοίρα το πρόβλημα του κριτηρίου εκκίνησης της ρωγμής, καθ' εαυτό. Εξάλλου, ενεργειακές προσεγγίσεις, όπως εκείνη του Griffith, είναι γενικώς «συμπαθείς» και επαρκείς. Έτσι, δεν είναι περίεργο που μόνον μετά από μια γενεά, το 1955, ο Irwin εμμέσως επανέθεσε το πρόβλημα του κριτηρίου, όταν εισήγαγε την έννοια του «Συντελεστή Έντασης των Τάσεων», K_I , ως $K_I = \sigma_\infty (\pi a)^{1/2}$ (σ_∞ : η εφελκυστική τάση στα όρια της πλάκας), ο οποίος είναι ένας δείκτης της έντασης (του μεγέθους) του τασικού πεδίου στην περιοχή της ρωγμής. Η γνώση του συντελεστή αυτού επέτρεπε την εκτίμηση του μεγέθους των τάσεων. Δεν ήταν απροσδόκητο και το επόμενο βήμα του Irwin. Γιατί να μιλώ για τάσεις, που έτσι και αλλιώς απειρίζονται εκεί που με ενδιαφέρει και να μη μιλήσω μόνον για το συντελεστή έντασης των τάσεων, ο οποίος είναι ένας αριθμός ενδεικτικός της τασικής κατάστασης, που επικρατεί κοντά στη ρωγμή; Να, λοιπόν, το νέο κριτήριο, που εισήγαγε ο Irwin:

***Η ρωγμή θα εκκινήσει, όταν ο συντελεστής έντασης των τάσεων
πάρει μια κρίσιμη τιμή.***

Και επειδή όλοι οι δυνατοί τρόποι σχετικής μετακίνησης των χειλέων της ρωγμής είναι μόνον τρεις (εφελκυστικός, διατμητικός στο επίπεδο της πλάκας και διατμητικός στο κάθετο προς την πλάκα επίπεδο), μπορούμε να προβλέψουμε τις συνθήκες εκκίνησης της ρωγμής σε καθεμιά από τις τρεις αυτές περιπτώσεις θέτοντας μια κρίσιμη τιμή στον καθένα από τους αντίστοιχους συντελεστές έντασης των τάσεων. Ωραία, αλλά εάν συνυπάρχουν και οι τρεις καταπονήσεις πώς «προστίθενται» οι τρεις συντελεστές; Ο μέσος αριθμητικός των τριών, ο μέσος γεωμετρικός, κάποιος άλλος ή όποιος προλάβει πρώτος;!

Εν πάση περιπτώσει, και χωρίς επαρκή απάντηση στο τελευταίο ερώτημα, το κριτήριο του Irwin χρησιμοποιείται μέχρι τώρα για την πρόβλεψη της αντοχής προ-ρηγματωμένων κατασκευαστικών στελεχών. Υπάρχουν κανονισμοί (ASTM, DIN, ISO κ.λπ.) που περιγράφουν τη διαδικασία προσδιορισμού του κρίσιμου K_I , ο οποίος, ως εφελκυστικός, θεωρείται και ο πλέον επικίνδυνος. Σε πολύ ψαθυρά υλικά δίνει καλά αποτελέσματα. Πέραν αυτού, στα πλαίσια της Γραμμικής Ελαστικότητας ο κρίσιμος συντελεστής έντασης των τάσεων συνδέεται με την ενεργειακή προσέγγιση του Griffith μέσω του λεγόμενου «Ρυθμού Εκροής της Ελαστικής Ενέργειας» και, επομένως, βρίσκεται μέσα στη λογική του Griffith.

Ο απειρισμός των τάσεων στην αιχμή της ρωγμής μπορεί να θεωρηθεί ως μια δευτερεύουσα αδυναμία ενός μοντέλου υπολογισμού των τάσεων, αλλά πάντως αφήνει αναπάντητα πολλά ερωτήματα σχετικά με το τι συμβαίνει εκεί. Πώς αντιμετωπίζονται οι πλαστικές παραμορφώσεις; Δεν υπάρχουν; Και γιατί ο **κρίσιμος** συντελεστής έντασης των τάσεων δεν μένει σταθερός, όταν αλλάζει το πάχος του δοκιμίου που χρησιμοποιούμε για τον προσδιορισμό του; Ή το πάχος του δοκιμίου είναι μηχανική ιδιότητα του υλικού ή ο κρίσιμος συντελεστής έντασης των τάσεων δεν είναι;

Ο Griffith υπέθεσε ότι το μόνο κόστος εκκίνησης μιας ρωγμής είναι η δημιουργία νέων επιφανειών, δηλαδή ότι είναι πρόβλημα ισορροπίας μεταξύ ελαστικών παραμορφώσεων και επιφανειακής τάσης του υλικού. Αυτό είναι ακριβές μόνον στην εξαιρετικά ακραία

περίπτωση που το υλικό παραμένει ελαστικό μέχρι και την αστοχία του, χωρίς προηγούμενη ανάπτυξη πλαστικών παραμορφώσεων. Τέτοια υλικά δεν υπάρχουν! Αντιθέτως, στα πραγματικά υλικά (ακόμη και στα λεγόμενα ψαθυρά) μικρό μόνον μέρος της διατιθέμενης ελαστικής ενέργειας μετατρέπεται σε ενέργεια δημιουργίας νέων επιφανειών. Το μέγιστο μέρος της ενέργειας αυτής μετατρέπεται σε πλαστικό έργο και για την ολοκλήρωση άλλων δομικών ανακατατάξεων.

Ο Orowan, το 1958, προσπάθησε να βελτιώσει την κατάσταση, προτείνοντας μια διόρθωση στη διατύπωση του κριτηρίου του Griffith. Πρότεινε να προστεθεί στον όρο που αντιπροσωπεύει την ανά μονάδα νέας επιφάνειας δαπάνη ελαστικής ενέργειας ένας διορθωτικός όρος για την αντίστοιχη δαπάνη δημιουργίας πλαστικών παραμορφώσεων. Όμως, για να προσεγγίσουν στα πειραματικά δεδομένα οι προβλέψεις του διορθωμένου κριτηρίου του Griffith, σε μετρίως όλκιμα υλικά, έπρεπε ο διορθωτικός προσθετέος του Orowan να είναι περίπου δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερος από τον προς διόρθωση όρο. Το βάρος της διόρθωσης βύθιζε την αρχική προσέγγιση!

Η αναγνώριση της έντονης εμπλοκής των πλαστικών παραμορφώσεων στην *περιγραφή* των συνθηκών εκκίνησης μιας ρωγμής οδήγησε στην ανάπτυξη του δεύτερου κλάδου της Μηχανικής των Θραύσεων που καλείται «*Ελαστική-Πλαστική Μηχανική των Θραύσεων*». Πρώιμες προσπάθειες είχαν αποκλειστικά πειραματικό χαρακτήρα. Ο Wells, ήδη από το 1960, πρότεινε τη χρησιμοποίηση του ανοίγματος (δηλαδή της ορθής σχετικής μετατόπισης) των χειλέων της ρωγμής (Crack Opening Displacement, COD), κοντά στην αιχμή της, υποθέτοντας ότι:

Το άνοιγμα των χειλέων της ρωγμής (COD), μετρημένο κοντά στην αιχμή της, παίρνει μια χαρακτηριστική τιμή, σταθερή για το υλικό, τη στιγμή της εκκίνησης της ρωγμής.

Ο καθαρά πειραματικός-εμπειρικός χαρακτήρας του κριτηρίου αυτού δεν δημιουργούσε την ανάγκη θεωρητικής υποστήριξής του και, επομένως, επέτρεπε την εφαρμογή του σε οποιοδήποτε υλικό, γραμμικό ή μη. Ήταν το πρώτο κριτήριο στην Ελαστική-Πλαστική Μηχανική των Θραύσεων. Ακόμη και σήμερα, χρησιμοποιείται συστηματικά, γιατί η εφαρμογή του μπορεί να γίνει επί τόπου στη ρηγματωμένη κατασκευή με πρόχειρα μέσα.

Λίγα χρόνια αργότερα, το 1968, παρουσιάσθηκαν δύο σημαντικές θεωρητικές συμβολές. Στην πρώτη, οι Hutchinson, Rice και Rosengren πρότειναν μέθοδο υπολογισμού του τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου σε ρηγματωμένη πλάκα από *μη γραμμικό* ελαστικό υλικό, σε κλειστή μορφή. Ήταν μεγάλη επιτυχία, διότι επέτρεπε την εκτίμηση των *πλαστικών* παραμορφώσεων στην περιοχή της αιχμής της ρωγμής με εύκολο και επαρκή τρόπο. Τούτο διότι, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, οι ελαστικές παραμορφώσεις του μη γραμμικού ελαστικού υλικού μπορεί να θεωρηθεί ότι συμπίπτουν με τις ελαστικές-πλαστικές παραμορφώσεις του ελαστοπλαστικού υλικού. Έτσι, υποθέσεις για την αστοχία τέτοιων υλικών μπορούσαν να ελεγχθούν εύκολα.

Η δεύτερη συμβολή έγινε από τον J. Rice, την ίδια χρονιά, με την παρουσίαση ενός, ανεξάρτητου από το δρόμο ολοκλήρωσης, επικαμπύλιου ολοκληρώματος (J-integral) για τον υπολογισμό του ρυθμού εκροής ελαστικής ενέργειας από την αιχμή μιας ρωγμής, σε μη γραμμικό ελαστικό υλικό. Επομένως, γινόταν δυνατή η επέκταση της ενεργειακής προσέγγισης των Griffith-Irwin στα μη γραμμικά ελαστικά υλικά, δηλαδή περίπου και στα ελαστοπλαστικά υλικά.

Μετά ήλθε το χάος! Οι δεκαετίες του 1970 και του 1980 χαρακτηρίζονται από υπερβολικά μεγάλο αριθμό δημοσιεύσεων που πρότειναν νέα ή «νέα» κριτήρια αστοχίας ρηγματωμένων υλικών. Υπήρξαν τεύχη διεθνών ειδικών περιοδικών, στα οποία όλα τα άρθρα παρουσίαζαν τέτοια κριτήρια. Ακόμη και η απλή παρακολούθηση της βιβλιογραφίας έγινε δύσκολη. Πολλά από αυτά τα κριτήρια είχαν νόημα μόνον σε μια στενή περιοχή υλικών, γεωμετριών και φορτίσεων. Άλλα παρουσίαζαν με νέα διατύπωση και αλγεβρική μορφή ήδη υπάρχοντα κριτήρια. Μερικά παραβίαζαν τους κανόνες της κοινής λογικής. Ένοιωθε κανείς την ανάγκη να ασχοληθεί αποκλειστικά με τη διατύπωση ενός «*υπερ-κριτηρίου*» επιλογής του «σωστού» για κάθε εφαρμογή κριτηρίου!

5. ΚΑΙ ΤΩΡΑ ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ...

Μένουν πολλά να γίνουν. Δεν υπάρχει παρά μόνον εμπειρική απάντηση για τις συνθήκες αστοχίας υλικών (ρηγματωμένων ή μη) υπό κοπωτικά φορτία. Ακόμη και τα παλιά θέλουν βελτίωση ή αναθεώρηση! Νέα υλικά, που παρουσιάζονται σχεδόν καθημερινά, με τη συμπεριφορά τους θέτουν προκλητικές ερωτήσεις στην Αντοχή των Υλικών και απαιτούν σαφείς απαντήσεις. Δεν γίνεται λογικά αποδεκτό το κρίσιμο μέγεθος αστοχίας ρηγματωμένου υλικού (είτε είναι ο κρίσιμος συντελεστής έντασης των τάσεων, είτε το κρίσιμο άνοιγμα των χειλέων της ρωγμής) να εξαρτάται από τη γεωμετρία του δοκιμίου και, επομένως, να μην μπορεί να θεωρηθεί ως μηχανική ιδιότητα του υλικού, όπως το όριο διαρροής. Κάποιος ξέχασε να κάνει την αναγωγή! Δεν μπορεί τα υλικά, που αρρηγμάτωτα παρουσιάζουν συνεπή συμπεριφορά, σύμφωνα με τους νόμους της Μηχανικής, να αποκτούν ξαφνικά αλλοπρόσαλλο χαρακτήρα, επειδή ρηγματώθηκαν, και επομένως να υπακούουν σε άλλα κριτήρια αστοχίας. Δεν είναι, λοιπόν, λογικό η Μηχανική των Θραύσεων να θεωρείται (τουλάχιστον από την πλειοψηφία των σπουδαστών μας) ως γνωστικό αντικείμενο ανεξάρτητο από την κλασσική Αντοχή των Υλικών και όχι το τελευταίο της Κεφάλαιο, όπως πραγματικά είναι. Η διαφορά ανάμεσα σε μια ρηγματωμένη και μια αρρηγμάτωση πλάκα βρίσκεται μόνον στην κατανομή των τάσεων και των παραμορφώσεων. Ο «χαρακτήρας» του υλικού της πλάκας πρέπει να μένει ο ίδιος και το υλικό να υπακούει στους ίδιους νόμους της Μηχανικής, επομένως και στα ίδια κριτήρια αστοχίας. Αλλιώς, η προσέγγισή μας δεν είναι επιστημονική ή τα κριτήριά μας δεν είναι, ακόμη, επιστημονικά.

Στην πράξη δεν έχουμε σοβαρούς λόγους να «ανησυχούμε». Πάντοτε υπάρχουν καλές εμπειρικές (και μερικές επιστημονικές) απαντήσεις για τις ανάγκες των εφαρμογών. Γενικώς, ξέρουμε μέχρι πόσα Richter θα αντέξει το σπίτι μας. Αλλά, πρέπει να ομολογήσουμε ότι βρισκόμαστε ακόμη στην εποχή του Κλαυδίου Πτολεμαίου με τους επικύκλους του. Ο Νεύτωνας της Αντοχής των Υλικών δεν φάνηκε ακόμη!